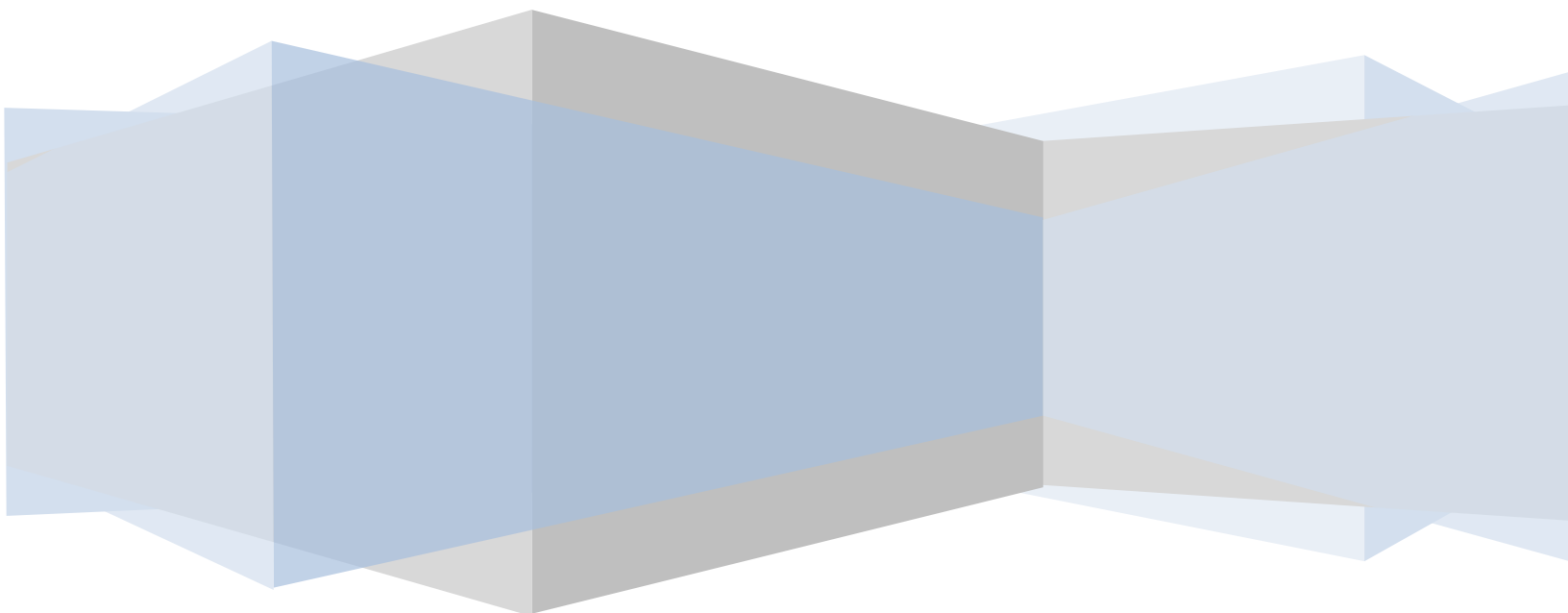


# LEARNING / ASSESSMENT SCENARIOS

**Deliverable 7.6 – Products from students  
specialized in Mathematics Education  
(Technology course)**

Demetra Pitta-Pantazi, Constantinos Christou,  
Maria Kattou, Marios Pittalis, Paraskevi Sophocleous



# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΜΑΘΗΜΑ 1 - ΑΝΑΛΥΟΝΤΑΣ ΔΕΔΟΜΕΝΑ/ANALYZING DATA .....	1
ΜΑΘΗΜΑ 2 - ΣΥΓΚΡΙΝΟΝΤΑΣ ΤΕΤΡΑΠΛΕΥΡΑ/ COMPARING QUADRILATERALS ..	10
ΜΑΘΗΜΑ 3- ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟΣ ΚΑΙ ΣΥΝΘΕΣΗ ΣΧΗΜΑΤΩΝ/COMPOSING AND DECOMPOSING SHAPES.....	20
ΜΑΘΗΜΑ 4- ΕΞΕΡΕΥΝΩΝΤΑΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ/EXPLORING FUNCTIONS .....	28
ΜΑΘΗΜΑ 5 - ΕΞΕΡΕΥΝΩΝΤΑΣ ΤΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ/EXPLORING FRACTIONS.....	34
ΜΑΘΗΜΑ 6 - ΑΛΓΕΒΡΙΚΟΣ ΣΥΛΛΟΓΙΣΜΟΣ/ALGEBRAIC REASONING .....	43
ΜΑΘΗΜΑ 7 - ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΑΛΓΕΒΡΙΚΩΝ ΕΚΦΡΑΣΕΩΝ/PROBLEM SOLVING WITH ALGEBRAIC EXPRESSIONS.....	47



*Το σχέδιο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής.  
Η παρούσα δημοσίευση (ανακοίνωση) δεσμεύει μόνο τον συντάκτη της και η Επιτροπή  
δεν ευθύνεται για τυχόν χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.*

# ΜΑΘΗΜΑ 1 – ΑΝΑΛΥΟΝΤΑΣ ΔΕΔΟΜΕΝΑ

## ANALYZING DATA

*Αντρούλα Αδάμου, Μαρίνα Κέντη & Ραφαέλα Αλεξάνδρου*

### ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

Τάξη: Γ' δημοτικού

Ενότητες: Άλγεβρα και Αριθμοί

Διάρκεια μαθήματος: 40 λεπτά

#### ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΙΤΥΧΙΑΣ

Αρ.2.3: Αναπαριστούν τους φυσικούς αριθμούς μέχρι το 10000, χρησιμοποιώντας υλικά, όπως κύβους Dienes, αριθμητήρια, εφαρμογίδια, λέξεις και σύμβολα.

Αρ.2.11: Αναπαριστούν καταστάσεις πρόσθεσης, αφαίρεσης, πολλαπλασιασμού, τέλειας και ατελούς διαίρεσης, χρησιμοποιώντας υλικό όπως κύβους Dienes, εικόνες, εφαρμογίδια και σύμβολα.

Α.2.4: Χρησιμοποιούν γραφικές παραστάσεις, για να αναπαραστήσουν αριθμητικές σχέσεις.

Α.2.8: Διερευνούν και αναπαριστούν αριθμητικές ιστορίες και καταστάσεις, χρησιμοποιώντας μεταβλητές, σχέδια, γραφικές παραστάσεις και εξισώσεις

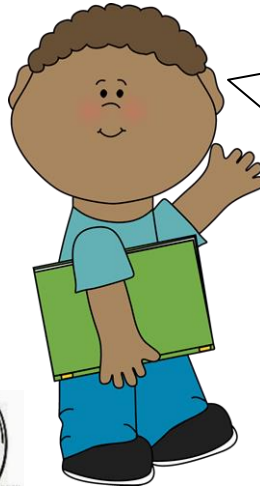
Σ.Π.2.1: Καταγράφουν, οργανώνουν και παρουσιάζουν δεδομένα σε πίνακες και γραφικές παραστάσεις (ραβδόγραμμα, εικονόγραμμα).

## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΠΡΑΚΤΙΚΕΣ

Οι προσεγγίσεις οι οποίες διαφαίνονται στον παρακάτω σχεδιασμό είναι η κατανόηση μέσω προβλήματος/επιμονή στη λύση προβλήματος, η στρατηγική χρήσης εργαλείων, η ανάπτυξη ισχυρισμών και η ποσοτική και αφηρημένη σκέψη. Η προσέγγιση που προκύπτει και διαφαίνεται πιο έντονα είναι η ποσοτική και αφηρημένη σκέψη. Πιο συγκεκριμένα, η προσέγγιση αυτή αφορά την ικανότητα των παιδιών να χρησιμοποιούν αφηρημένη σκέψη και να αναπαριστούν συμβολικά ποσότητες και σχέσεις κατανοώντας την έννοια και όχι μόνο το πώς να εκτελούν πράξεις. Στο συγκεκριμένο μάθημα οι μαθητές αναμένεται μέσα από τη βοήθεια των λογισμικών να αναπαραστήσουν με γραφικές παραστάσεις λεκτικά και αριθμητικά δεδομένα καθώς και να ερμηνεύσουν γραφικές παραστάσεις με λεκτικό και αριθμητικό τρόπο. Αυτή φαίνεται μέσα από όλες σχεδόν τις δραστηριότητες όπου οι μαθητές καλούνται να μετατρέψουν τις λεκτικές και αριθμητικές πληροφορίες που δίνονται σε γραφικές παραστάσεις και το αντίστροφο. Η προσέγγιση της κατανόησης και λύσης προβλήματος φαίνεται μέσα από το αρχικό σενάριο/πρόβλημα που δίνεται στα παιδιά σε συνάρτηση με τις ερωτήσεις που καλούνται να απαντήσουν και τους προβληματισμούς που καλούνται στη συνέχεια να λύσουν. Επίσης από τις επεξηγήσεις σκεπτικού που καλούνται να δώσουν σε διάφορα σημεία. Η ανάπτυξη ισχυρισμών και η κρίση συλλογισμού φαίνεται μέσα από τις συζητήσεις με τους διπλανούς τους. Η στρατηγική χρήσης εργαλείων φαίνεται έντονα μέσω των περιπτώσεων που χρησιμοποιούν οι μαθητές τα λογισμικά για να φτιάξουν τις γραφικές παραστάσεις.

## Δραστηριότητα 1

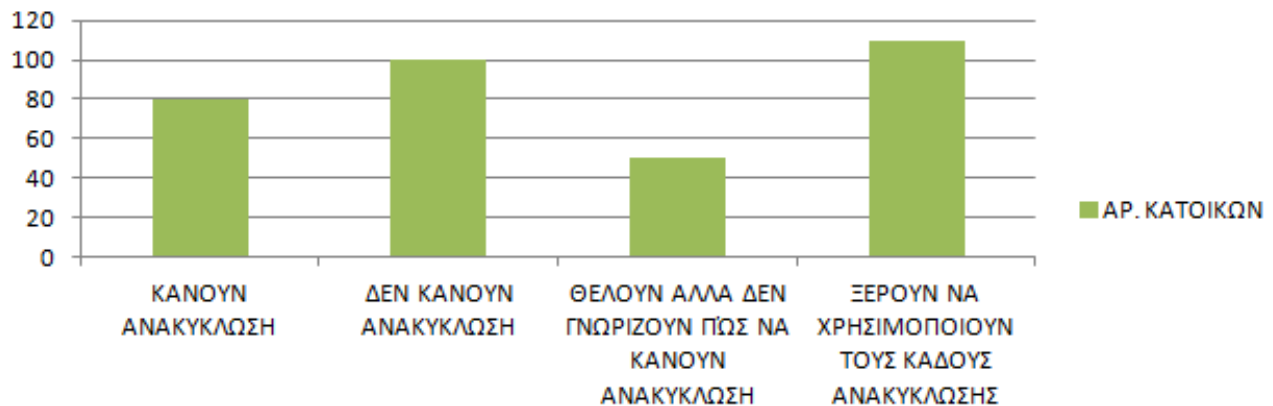
Σήμερα 5 Ιουνίου είναι η Παγκόσμια Μέρα Περιβάλλοντος! Γι' αυτό το λόγο η κοινότητα Γερίου αποφάσισε να διεξάγει μια έρευνα σχετικά με την ευαισθητοποίηση των κατοίκων της όσον αφορά στο Περιβάλλον. Η εφημερίδα "Τα νέα του χωριού μας" δημοσίευσε τα δεδομένα της σχετικής έρευνας και ο Ηρακλής ανέλαβε να πάρει στην τάξη του το σχετικό άρθρο. Όμως από ότι φαίνεται κάτι λείπει, λείει ο Ηρακλής...



Συγγνώμη παιδιά! Έκαψα κατά λάθος το απόκομμα της εφημερίδας με το κεριά χθες το βράδυ! Το μόνο που κατάφερα να σώσω είναι αυτή τη γραφική παράσταση. Τι θα κάνουμε τώρα;

*Δώσαμε ερωτηματολόγια σε ένα μικρό δείγμα των κατοίκων*

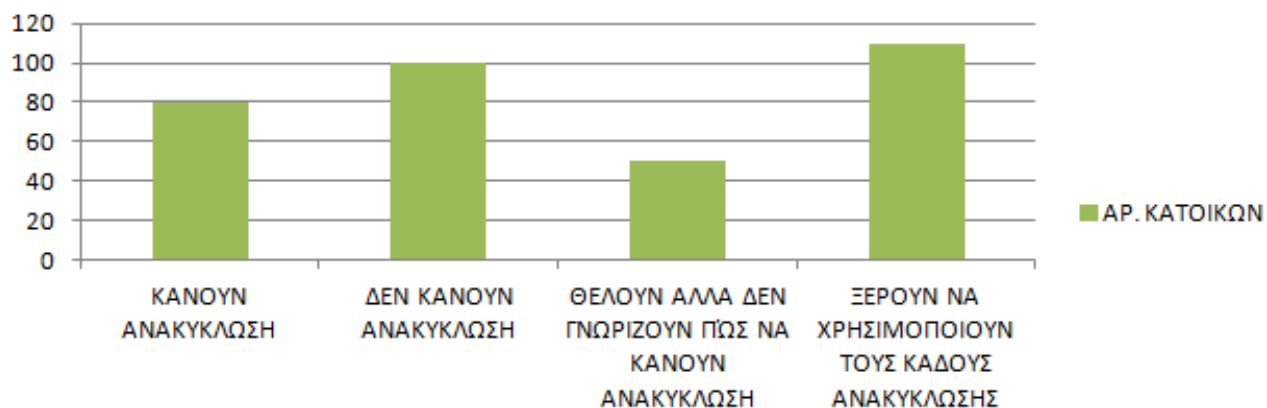
### ΕΡΕΥΝΑ ΚΑΤΟΙΚΩΝ ΓΕΡΙΟΥ



**Γερίου. Μέσα από αυτή την μικρή έρευνα εξάχθηκαν ορισμένα συμπεράσματα. Όπως βλέπετε και στην πιο πάνω γραφική παράσταση τα συμπεράσματά μας είναι τα εξής:**

Πρέπει να βοηθήσουμε τον Ηρακλή και την τάξη του να βρουν τις χαμένες πληροφορίες! Θα μετατρέψουμε αυτό που βλέπουμε σε φράσεις που να δίνουν νόημα! Για πάμε να ρίξουμε ακόμα μια ματιά στην γραφική αυτή παράσταση. Τι πληροφορίες έγραφε άραγε αυτό το άρθρο σύμφωνα με την γραφική παράσταση;

## ΕΡΕΥΝΑ ΚΑΤΟΙΚΩΝ ΓΕΡΙΟΥ



- ✓ Τι συμπεράσματα μπορείς να εξάγεις με βάση την γραφική αυτή παράσταση; Ποιες είναι οι 4 ερωτήσεις που απασχόλησαν τους ερευνητές; **Γράψε μια μικρή παράγραφο** που να περιγράφει σε συντομία τι πληροφορίες αντλείς. (για παράδειγμα πόσοι κάτοικοι κάνουν ανακύκλωση)

- ✓ Είναι περισσότεροι αυτοί που κάνουν ή αυτοί που δεν κάνουν ανακύκλωση; Με πόση διαφορά; **Γράψε τη μαθηματική πρόταση.**

.....

- ✓ Πόσοι λιγότεροι είναι αυτοί που θέλουν αλλά δεν γνωρίζουν πώς να κάνουν ανακύκλωση απ' αυτούς που ξέρουν να χρησιμοποιούν τους κάδους; **Γράψε τη μαθηματική πρόταση.**

.....

- ✓ Πόσοι ήταν όλοι οι κάτοικοι που έλαβαν μέρος στην έρευνα; **Γράψε την μαθηματική πρόταση.**

.....



Σας ευχαριστώ πάρα πολύ! Τώρα μπορούμε να μάθουμε αυτά που δεν μπορούσαμε να διαβάσουμε. Τελικά η γραφική παράσταση μιλούσε από μόνη της! Μιας και είναι όμως σήμερα μια τόσο σημαντική μέρα για το περιβάλλον, θα κάνω και εγώ την δική μου έρευνα στο σχολείο!

## Δραστηριότητα 2

Πιο κάτω θα δεις διάφορες πληροφορίες που πήρε ο Ηρακλής μέσα από ορισμένες συνεντεύξεις που πήρε από συμμαθητές του στο σχολείο. Μπορείς να τον βοηθήσεις να οργανώσει αυτές τις πληροφορίες; Πήγαινε στο πιο κάτω εφαρμογίδιο και ακολουθώντας τις οδηγίες φτιάξε τη γραφική παράσταση που θα συνοδεύει την έρευνα του Ηρακλή!

<http://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=4098>

«Σήμερα πήρα συνέντευξη από μερικούς συμμαθητές μου. Θέμα της συνέντευξης μου ήταν η κατανάλωση του ηλεκτρικού ρεύματος. Η ερώτηση που με απασχόλησε ήταν αν αφήνουν τον Η/Υ ανοικτό έστω και αν δεν τον χρησιμοποιούν. Οι απαντήσεις που πήρα ήταν 1)Ναι πάντα 2)Μερικές φορές 3)Σπάνια 4)Όχι ποτέ 5)Δεν θυμάμαι. Δέκα άτομα απάντησαν "Ναι". Οι διπλάσιοι από αυτούς απάντησαν "Όχι". Αυτοί που απάντησαν "Σπάνια" είναι το  $\frac{1}{4}$  αυτών που απάντησαν "Όχι". Τρεις περισσότεροι από αυτούς που απάντησαν "Ναι" μου απάντησαν "μερικές φορές" και δύο άτομα μου απάντησαν "Δεν θυμάμαι"».



Row 1	Column 1

- ✓ Με την επιλογή Bar μπορείς να επιλέξεις το είδος γραφικής αναπαράστασης ραβδόγραμμα.
- ✓ Προτού ξεκινήσεις κανονικά παίξε με την εργαλειοθήκη για να δεις τι κάνει η κάθε επιλογή (row – column).
- ✓ Η επιλογή Preview δείχνει το αποτέλεσμα της εργασία σου.
- ✓ Αφού δοκιμάσεις πήγαινε στην επιλογή New για να ξεκινήσεις από την αρχή.
- ✓ Στην επιλογή Graph Title γράψε το τίτλο της γραφικής σου παράστασης.
- ✓ Στις επιλογές Min. Value και Max. Value βάλε την μικρότερη και μεγαλύτερη τιμή που θέλεις να περιλαμβάνει η γραφική σου παράσταση.
- ✓ Καταχώρησε τα δεδομένα με βάση όσα διάβασες πιο πάνω και πήγαινε στην επιλογή Preview για να δεις την γραφική σου παράσταση (κάνε print screen και αποθήκευσε την).
- ✓ Δείξε την εργασία σου στον διπλανό σου και συγκρίνετε τις δύο γραφικές παραστάσεις. Είναι οι ίδιες;

**Προτού προχωρήσεις, φώναξε το δάσκαλο κοντά σου!**

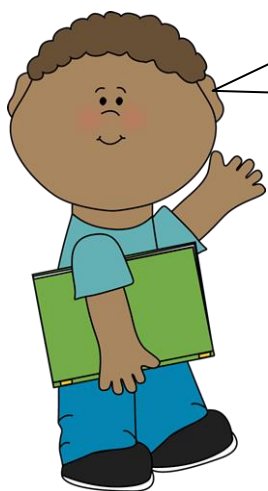
Πώς βρήκες τις απαντήσεις που χρησιμοποίησες για να φτιάξεις την γραφική σου παράσταση; Γράψε πιο κάτω τις μαθηματικές προτάσεις που αντιστοιχούν στην κάθε

1. Αυτοί που απάντησαν “Ναι πάντα” .....
2. Αυτοί που απάντησαν “Όχι ποτέ” .....
3. Αυτοί που απάντησαν “Σπάνια” .....
4. Αυτοί που απάντησαν “Μερικές φορές” .....
5. Αυτοί που απάντησαν “Δεν θυμάμαι” .....
6. Ο συνολικός αριθμός αυτών που συμμετείχαν.....

***Ο Ηρακλής την επόμενη μέρα σύλλεξε δεδομένα από ακόμα δέκα άτομα. Πέντε από αυτούς απάντησαν “Ναι” κι οι υπόλοιποι απάντησαν “Όχι”.***



- ✓ Πώς θα μεταβληθεί η γραφική σου παράσταση; Εξήγησε με λόγια και έκφρασε το και με μαθηματική πρόταση  
.....  
.....
- ✓ Τι θα αλλάξει και τι θα παραμείνει το ίδιο; Εξήγησε με λόγια και έκφρασε το και με μαθηματική πρόταση  
.....  
.....
- ✓ Αυτοί που απάντησαν “Ναι” θα εξακολουθούν να είναι οι μισοί από αυτούς που απάντησαν “Όχι”; Εξήγησε με λόγια και έκφρασε το και με μαθηματική πρόταση  
.....  
.....
- ✓ Πρόσθεσε τα νέα δεδομένα και φτιάξε μια καινούρια γραφική παράσταση.
- ✓ Επαλήθευσε τις απαντήσεις σου μέσα από τη γραφική σου παράσταση.



Μπράβο! Φαίνεται ότι τα πας πολύ καλά με τις γραφικές παραστάσεις. Απ' ότι θα κατάλαβες, εμένα μου αρέσουν πάρα πολύ οι έρευνες. Θα με βοηθήσεις λοιπόν να φτιάξω ακόμα λίγες γραφικές παραστάσεις για μερικές έρευνες που έχω κάνει στο σχολείο μου;

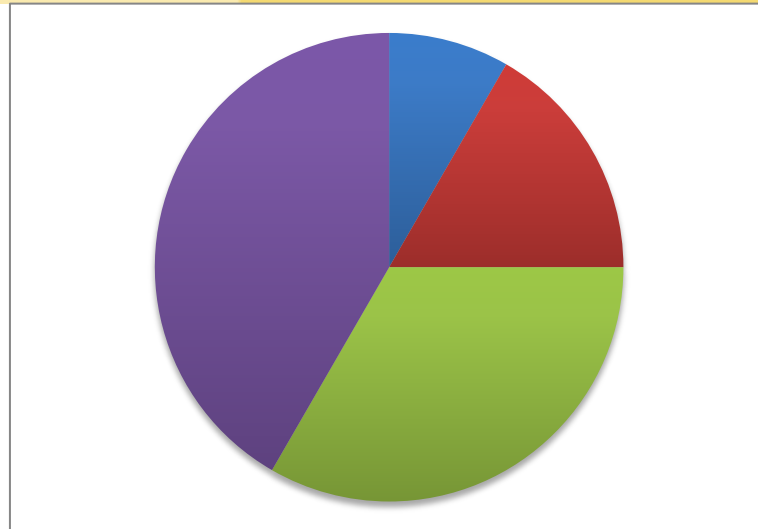
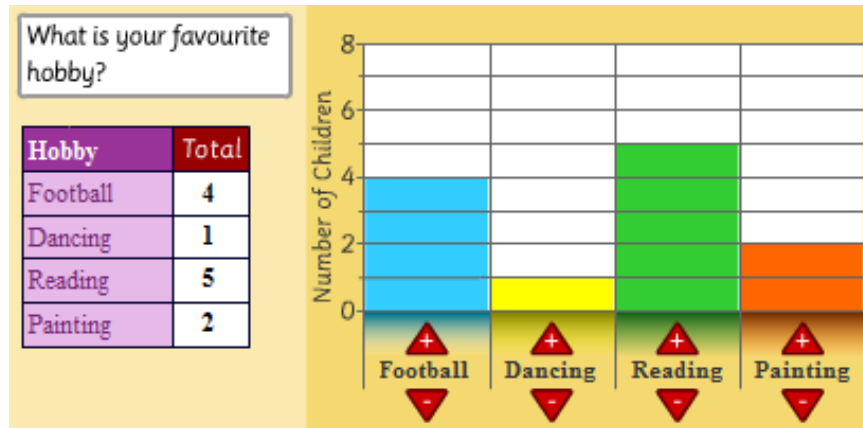
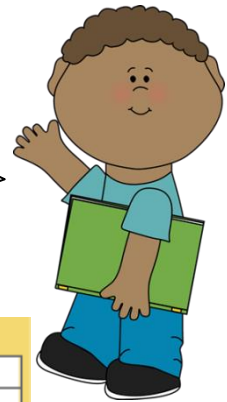
- ✓ Πήγαινε στην πιο κάτω ιστοσελίδα. Εκεί θα βρεις κάποια δεδομένα που σύλλεξε ο Ηρακλής για τους συμμαθητές του, τα οποία χρειάζονται τη δική σου επεξεργασία!

<http://www.kidsmathgamesonline.com/numbers/mathdata.html>

### Δραστηριότητα 3

Έπαιξα κι εγώ με το λογισμικό και μου έβγαλε τα παρακάτω αποτελέσματα! Μπορείς να σκεφτείς η κάθε καταχώρηση σε ποιο κομμάτι της κυκλικής παράστασης αντιστοιχεί;

**Μην λάβεις υπόψη τα χρώματα των παραστάσεων!!**



Μπράβο σου! Τώρα θα πραγματοποιηθεί συζήτηση στην ολομέλεια για να συζητήσετε τα όσα είδατε.

# ΜΑΘΗΜΑ 2 - ΣΥΓΚΡΙΝΟΝΤΑΣ ΤΕΤΡΑΠΛΕΥΡΑ

## COMPARING QUADRILATERALS

*Αντρούλα Αδάμου, Μαρίνα Κέντη & Ραφαέλα Αλεξάνδρου*

### ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

Τάξη: Στ' δημοτικού

Ενότητα: Γεωμετρία

Διάρκεια μαθήματος: 40 λεπτά

#### ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΙΤΥΧΙΑΣ

Γ.1.3: Διερευνούν και κατανοούν τις βασικές ιδιότητες των ευθύγραμμων σχημάτων (τρίγωνο, τετράγωνο, παραλληλόγραμμο, ορθογώνιο) και του κύκλου.

Γ.2.4: Διερευνούν, περιγράφουν και ονομάζουν τα βασικά στοιχεία και ιδιότητες των ευθύγραμμων σχημάτων και του κύκλου.

Γ.3.2: Αναλύουν, ταξινομούν και κατασκευάζουν δισδιάστατα και τρισδιάστατα σχήματα με βάση τις ιδιότητές τους με διάφορα μέσα και λογισμικά.

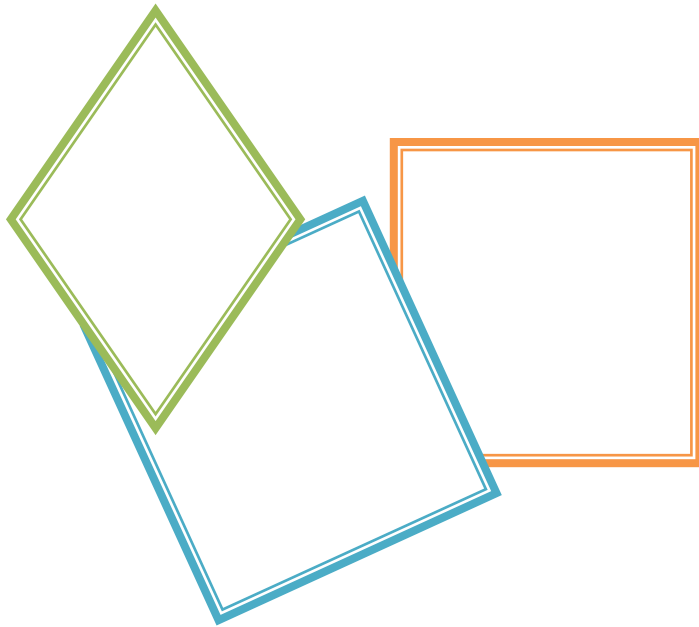
Γ.2.5: Αναγνωρίζουν τα διαφορετικά είδη παραλληλογράμμων και επεξηγούν τις μεταξύ τους ομοιότητες και διαφορές.

#### ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΠΡΑΚΤΙΚΕΣ

Οι προσεγγίσεις οι οποίες διαφαίνονται στον παρακάτω σχεδιασμό είναι η κατανόηση μέσω προβλήματος/επιμονή στη λύση προβλήματος, η ανάπτυξη ισχυρισμών, η ακρίβεια, η κανονικότητα σε επαναλαμβανόμενο συλλογισμό και η δομή των μαθηματικών. Η προσέγγιση που προκύπτει και διαφαίνεται πιο έντονα είναι η δομή των μαθηματικών. Πιο συγκεκριμένα, η προσέγγιση αυτή αφορά την ικανότητα των παιδιών να διακρίνουν και να κατανοήσουν πως οι αριθμοί και τα σχήματα είναι οργανωμένα και αποτελούν μέρη ενός όλου. Στο συγκεκριμένο μάθημα οι μαθητές αναμένεται μέσα από τη βοήθεια των λογισμικών να εντοπίσουν ότι το κάθε σχήμα, παραλληλόγραμμο, ορθογώνιο, ρόμβος και

τετράγωνο, αποτελούν μέρος ενός μεγαλύτερου και ευρύτερου συνόλου που ορίζεται με βάση ορισμένα χαρακτηριστικά. Αυτό θα γίνει καθ' όλη τη διάρκεια των δραστηριοτήτων και θα επιβεβαιωθεί με τις τελευταίες δύο δραστηριότητες. Η προσέγγιση της κατανόησης και λύσης προβλήματος φαίνεται μέσα από το αρχικό σενάριο/πρόβλημα που δίνεται στα παιδιά σε συνάρτηση με τις ερωτήσεις που καλούνται να απαντήσουν και τους προβληματισμούς που καλούνται στη συνέχεια να λύσουν. Επίσης από τις επεξηγήσεις σκεπτικού που καλούνται να δώσουν σε διάφορα σημεία και από την επιμονή στην λύση ενός προβλήματος από την αρχή μέχρι το τέλος. Η ανάπτυξη ισχυρισμών και η κρίση συλλογισμού φαίνεται μέσω των επεξηγήσεων των στρατηγικών τους στο σημείο όπου καλούνται να εξηγήσουν αναλυτικά και γραπτώς αλλά και προφορικά στους διπλανούς τους τι έχουν παρατηρήσει και τι έχουν συμπεράνει από τη βοήθεια των λογισμικών. Στο σημείο όπου καλούνται να προβούν σε ένα γενικό συμπέρασμα μέσα από μια συνεχή επανάληψη, φαίνεται η κανονικότητα σε επαναλαμβανόμενο συλλογισμό. Τέλος, η ακρίβεια φαίνεται μέσα από τις μετρήσεις που πρέπει να λάβουν υπόψη τα παιδιά οι οποίες υποδεικνύονται μέσα από τα εφαρμογίδια και οι οποίες είναι πολύ σημαντικές για να προβούν τα παιδιά σε ακριβή συμπεράσματα.

## Δραστηριότητα 1



Η Λυδία σήμερα είναι πολύ ενθουσιασμένη! Είναι τα γενέθλια του αδελφού της και αποφάσισε για δώρο να του κάνει τρεις κορνίζες με δικές τους φωτογραφίες τις οποίες η Λυδία τύπωσε από τον Υπολογιστή της. Πήρε λοιπόν τον πατέρα της τηλέφωνο και του είπε να της φέρει **μια σε σχήμα παραλληλογράμμου** και **δύο ορθογώνιες** κορνίζες. Κάτι όμως στην πορεία της χάλασε τη διάθεση...



Μπαμπά! Σου είπα να μου φέρεις δύο κορνίζες σε σχήμα ορθογωνίου και μία σε σχήμα παραλληλόγραμμου! Εσύ γιατί μου έφερες **μια σε σχήμα ρόμβου** και **δύο τετράγωνες**;



Λυδία! Μου φαίνεται ότι έχεις μπερδευτεί! Δεν έχω κάνει κάποιο λάθος... Αφού **ο ρόμβος είναι παραλληλόγραμμο** και **το τετράγωνο είναι και ορθογώνιο!**

- ✓ Από ότι φαίνεται υπάρχει μια διαφωνία. Πιστεύεις έχει κάποιος από τους δύο δίκαιο; Εξήγησε το σκεπτικό σου πιο κάτω.



Είμαι πάρα πολύ μπερδεμένη!  
Μπορείς να με βοηθήσεις; Γιατί ο πατέρας μου λέει ότι ο ρόμβος είναι παραλληλόγραμμο και το τετράγωνο είναι και ορθογώνιο; Όταν τον ρώτησα μου απάντησε πως αυτό συμβαίνει λόγω των ιδιοτήτων που έχουν τα σχήματα! Αλλά εγώ πάλι δεν κατάλαβα...



## Δραστηριότητα 2

Έρθε η ώρα να βοηθήσεις τη Λυδία. Ο πιο κάτω πίνακας που καλείσαι να συμπληρώσεις θα σε βοηθήσει να ξεμπερδέψεις τη σκέψη της. Ακολούθησε τα πιο κάτω βήματα και καλή επιτυχία!

- ✓ Άνοιξε το πιο κάτω λογισμικό. Εξερεύνησε τα σχήματα και τις πληροφορίες που σου δίνει το λογισμικό και συμπλήρωσε το πίνακα πιο κάτω που αφορά στις ιδιότητες των σχημάτων σχετικά με τις ΠΛΕΥΡΕΣ τους.



ΠΛΕΥΡΕΣ ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΩΝ.ggb

- ✓ Τι παρατηρείς;
- ✓ Να συμπληρώσεις τον πιο κάτω πίνακα.

ΣΧΗΜΑΤΑ	ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΠΛΕΥΡΩΝ	
	Κοινές ιδιότητες με τα υπόλοιπα σχήματα	Επιπρόσθετες ιδιότητες (αν υπάρχουν)
Παραλληλόγραμμο	π.χ. απέναντι πλευρές παράλληλες και ίσες	
Ορθογώνιο		
Ρόμβος		
Τετράγωνο		

✓ Τι συμπεράσματα μπορείς να εξαγάγεις με βάση τον πίνακά σου;

✓ Έλεγξε τα συμπεράσματα σου και τον πίνακα με τον διπλανό σου!

### Δραστηριότητα 3

Αφού σε έχει βοηθήσει αυτό που έκανες προηγουμένως, συνέχισε με την ίδια στρατηγική για να μάθεις ακόμα περισσότερα! Άνοιξε το πιο κάτω λογισμικό. Εξερεύνησε τα σχήματα και τις πληροφορίες που σου δίνει το λογισμικό και συμπλήρωσε τον πίνακα πιο κάτω που αφορά τις ιδιότητες των σχημάτων σχετικά με τις ΓΩΝΙΕΣ τους.



5ΓΩΝΙΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ ΕΓΚΛΕΙΣΜΟΥ.ggb

- ✓ Τι παρατηρείς;
- ✓ Να συμπληρώσεις τον πιο κάτω πίνακα.

ΣΧΗΜΑΤΑ	ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΓΩΝΙΩΝ	
	Κοινές ιδιότητες με τα υπόλοιπα σχήματα	Επιπρόσθετες ιδιότητες (αν υπάρχουν)
Παραλληλόγραμμο		
Ορθογώνιο		
Ρόμβος		

- ✓ Τι συμπεράσματα μπορείς να εξάγεις με βάση τον πίνακά σου;
- ✓ Έχεις παρατηρήσει κάτι που το έχεις δει και στον προηγούμενο πίνακα;

- ✓ Έλεγξε τα συμπεράσματα σου και τον πίνακα με τον διπλανό σου!

**Προτού προχωρήσεις, φώναξε τον δάσκαλο κοντά σου!**



#### Δραστηριότητα 4

- ✓ Προτού συμπληρώσεις τον τελευταίο πίνακα, με βάση όσα έχεις δει προηγουμένως, προσπάθησε να προβλέψεις πως θα είναι διαμορφωμένος ο πιο κάτω πίνακας. Εξήγησε το σκεπτικό σου.

- ✓ Πήγαινε και άνοιξε το πιο κάτω λογισμικό. Τελείωσε την εξερεύνηση σου με τα σχήματα και τις πληροφορίες που σου δίνει το λογισμικό και συμπλήρωσε το πίνακα πιο κάτω που αφορά τις ιδιότητες των σχημάτων σχετικά με τις ΔΙΑΓΩΝΙΟΥΣ τους.



ΔΙΑΓΩΝΙΟΙΣΧΕΣ.ΕΓΚ.ggb

ΣΧΗΜΑΤΑ	ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΔΙΑΓΩΝΙΩΝ	
	Κοινές ιδιότητες με τα υπόλοιπα σχήματα	Επιπρόσθετες ιδιότητες (αν υπάρχουν)
Παραλληλόγραμμο		
Ορθογώνιο		
Ρόμβος		
Τετράγωνο		

## Δραστηριότητα 5



Τα πράγματα άρχισαν να γίνονται όλο και πιο ξεκάθαρα! Συμπλήρωσε τον πιο πάνω πίνακα με βάση όλα όσα έχεις

ΣΧΗΜΑΤΑ	ΟΛΑ ΤΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ	
	Κοινές ιδιότητες	Επιπρόσθετες ιδιότητες
Παραλληλόγραμμο		
Ορθογώνιο		
Ρόμβος		
Τετράγωνο		

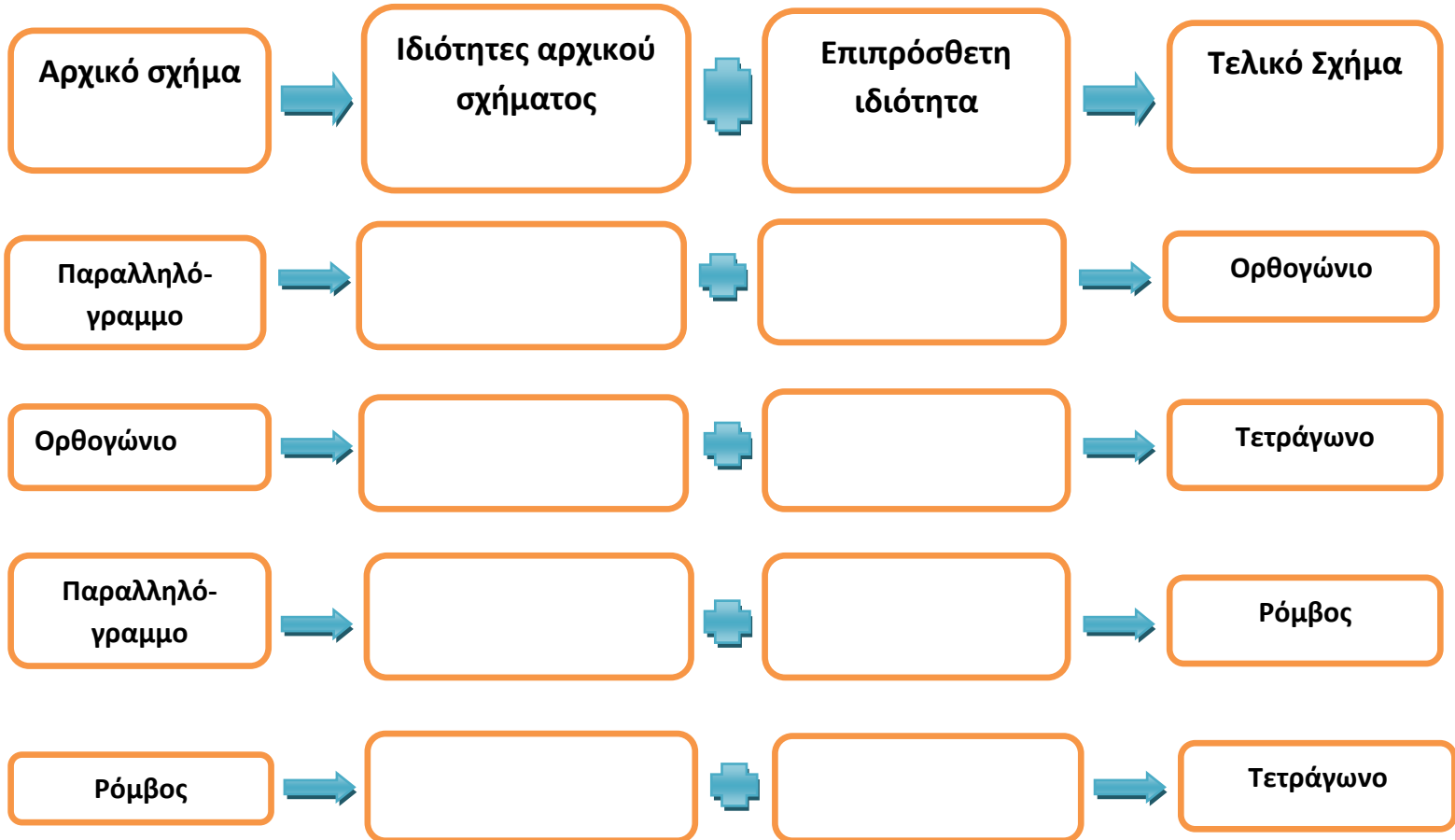
- ✓ Τι παρατηρείς;
- ✓ Τι συμπεράσματα μπορείς να εξάγεις αφού συμπληρώσεις τον πίνακα;  
Έχεις παρατηρήσει κάτι που το έχεις δει και στον προηγούμενο πίνακα;

- ✓ Έλεγξε τα συμπεράσματα σου και τον πίνακα με τον διπλανό σου!

**Προτού προχωρήσεις, φώναξε το δάσκαλο κοντά σου!**

## Δραστηριότητα 6

- ✓ Να βασιστείς τώρα στον πιο πάνω πίνακα και να συμπληρώσεις το πιο κάτω σχεδιάγραμμα περιγράφοντας τις ιδιότητες του αρχικού σχήματος και δηλώνοντας την επιπρόσθετη ιδιότητα που απαιτείται, ώστε να καταλήξεις στο τελικό σχήμα.

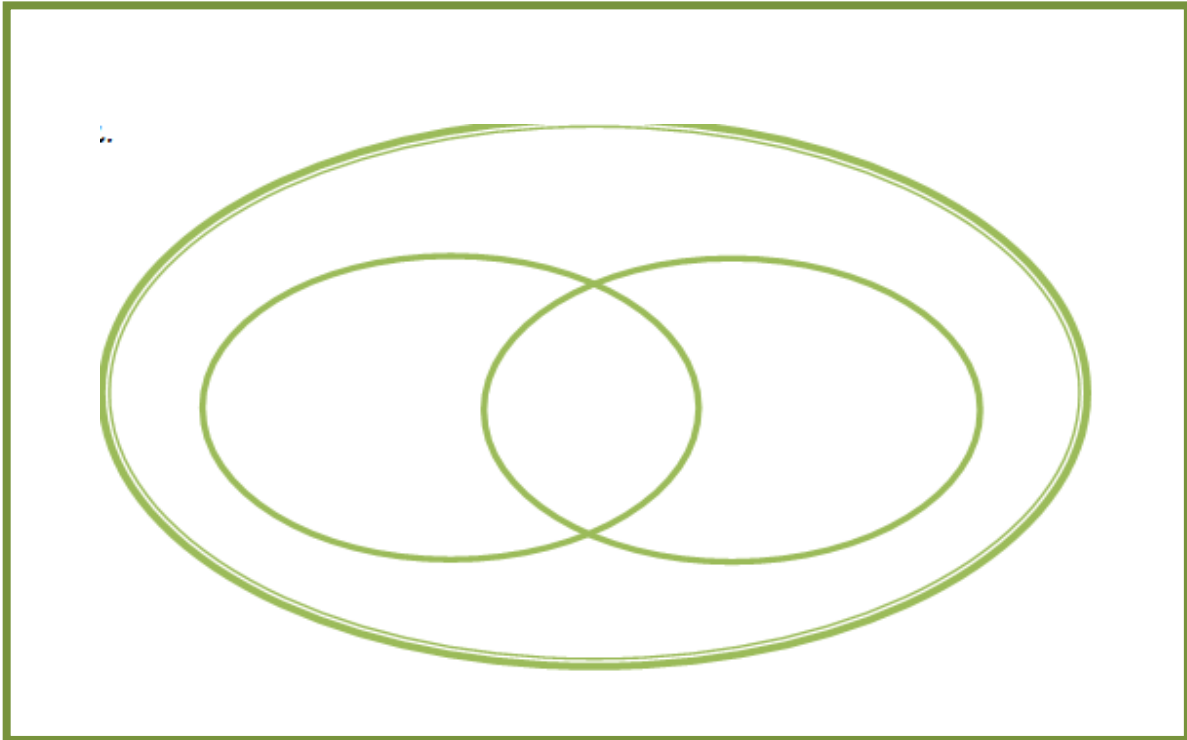


- Το ορθογώνιο είναι ειδική περίπτωση.....
- Το τετράγωνο είναι ειδική περίπτωση .....και .....
- Ο ρόμβος είναι ειδική περίπτωση παραλληλογράμμου γιατί .....
- Τα παραλληλόγραμμα σχήματα είναι ειδική περίπτωση τετραπλεύρων σχημάτων γιατί.....

## Δραστηριότητα 7



Μπράβο σου! Έχεις βοηθήσει πάρα πολύ τη Λυδία! Το τελευταίο που χρειάζεται να κάνεις είναι να συμπληρώσεις αυτό το βέννιο διάγραμμα με τις λέξεις τετράπλευρα, παραλληλόγραμμα, ορθογώνια, ρόμβοι και τετράγωνα.



Μπράβο σου! Τώρα θα πραγματοποιηθεί συζήτηση στην ολομέλεια για συζητήσετε τα όσα είδατε.

# ΜΑΘΗΜΑ 3- ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟΣ ΚΑΙ ΣΥΝΘΕΣΗ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

## COMPOSING AND DECOMPOSING SHAPES

*Αντρούλα Αδάμου, Μαρίνα Κέντη & Ραφαέλα Αλεξάνδρου*

### ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

Τάξη: Στ' δημοτικού

Ενότητα: Γεωμετρία

Διάρκεια μαθήματος: 40 λεπτά

#### ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΙΤΥΧΙΑΣ

Γ.2.4: Διερευνούν, περιγράφουν και ονομάζουν τα βασικά στοιχεία και ιδιότητες των ευθύγραμμων σχημάτων και του κύκλου.

Γ.3.2: Αναλύουν, ταξινομούν και κατασκευάζουν δισδιάστατα και τρισδιάστατα σχήματα με βάση τις ιδιότητές τους με διάφορα μέσα και λογισμικά.

#### ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΠΡΑΚΤΙΚΕΣ

- Κατανόηση μέσω προβλήματος/επιμονή στη λύση προβλήματος
- Ανάπτυξη ισχυρισμών
- Ακρίβεια

## Δραστηριότητα 1



Ακολούθησε με σε μια καινούργια περιπέτεια. Ας μελετήσουμε μαζί τα διάφορα σχήματα που χρησιμοποιώ όταν σχεδιάζω!

Ο Goofy, μετά από ώρες δουλειάς, κατάφερε να ολοκληρώσει το εξώφυλλο ενός σχολικού βιβλίου. Ποιο νομίζεις πως μπορεί να είναι το θέμα του βιβλίου;



### Το εξώφυλλο του βιβλίου!



Ο Goofy χρειάζεται τη βοήθεια σου για τα νέα του σχέδια.



**Θέμα Βιβλίου:**

.....  
.....

**Ποια σχήματα παρατηρείς στο εξώφυλλο του βιβλίου;**

.....  
.....  
.....  
.....

## Δραστηριότητα 2

- Άνοιξε την ιστοσελίδα που ακολουθεί:  
<http://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=3577>
- Χρησιμοποίησε τα σχήματα μοτίβων στο πάνω μέρος της οθόνης σου για να δημιουργήσεις όσα περισσότερα νέα σχήματα μπορείς.
- Τα σχήματα μοτίβων μπορούν να περιστραφούν με την χρήση των κουμπιών 
- Για κάθε νέο σχήμα που δημιουργείς, κάνε την οθόνη σου **print screen** και αποθήκευε την δουλειά σου στον Η/Υ σου.
- Αν κάνεις κάποιο λάθος, χρησιμοποίησε το κουμπί 



*Προσοχή:* Πρέπει να είσαι **ακριβής** στον τρόπο με τον οποίο χρησιμοποιείς τα διάφορα σχήματα για να σχεδιάσεις καινούργια!

**Προτού προχωρήσεις φώναξε τον δάσκαλο σου.**

## Δραστηριότητα 3

Για πάμε τώρα, πιο συγκεκριμένα, να ερευνήσουμε δισδιάστατα σχήματα που ήδη γνωρίζεις!

Με πόσους διαφορετικούς τρόπους θα μπορούσες να σχηματίσεις το κόκκινο σχήμα (τραπέζιο) με τα πιο πάνω σχήματα μοτίβου του λογισμικού;



Δοκίμασε στο λογισμικό και κατέγραψε την απάντησή σου!

.....

.....



Πόσα τρίγωνα χρειάζεσαι για να σχηματίσεις το κίτρινο σχήμα (εξάγωνο); Κάνε μια πρόβλεψη και κατέγραψε την. Το λογισμικό που εργάστηκες πριν θα σε βοηθήσει.



.....

.....

.....

.....

**\*Συζήτησε τα αποτελέσματά σου με τον/την διπλανό/ή σου!**

- ✓ Πόσα διαφορετικά τρίγωνα (διαφορετικών μεγεθών) θα μπορούσες να σχηματίσεις με την χρήση των πιο πάνω σχημάτων; Παίρνεις 1 βαθμό για κάθε τρίγωνο που καταφέρνεις να δημιουργήσεις!!!

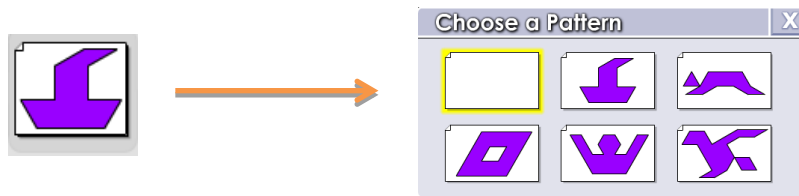


**Κατέγραψε τους βαθμούς που κατάφερες να μαζέψεις:**



#### Δραστηριότητα 4

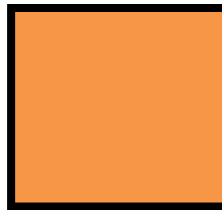
- ✓ Τώρα, πάτησε στο καρναβάνι πάνω αριστερά, και επέλεξε ένα σχήμα που θα επιθυμούσες να σχεδιάσεις/σηματίσεις!



- ✓ Ποια σχήματα μοτίβου πιστεύεις πως θα χρειαστείς για να κατασκευάσεις το σχήμα που επέλεξες;

- ✓ Επαλήθευσε τη απάντησή σου μέσω του λογισμικού. Ήσουν σωστός/ή;
- ✓ Θα μπορούσες να χρησιμοποιήσεις διαφορετικά σχήματα μοτίβου και να έχεις το ίδιο αποτέλεσμα; Δοκίμασε το!

Σε πόσα διαφορετικά σχήματα θα μπορούσες να κόψεις το πιο κάτω τετράγωνο; Η φίλη μου λέει πως κατάφερε να το χωρίσει σε 7 άλλα σχήματα, αλλά θα ήθελα να το διερευνήσω περισσότερο για να πειστώ!




- ✓ Κατέγραψε τις ιδέες σου πιο κάτω και στη συνέχεια άνοιξε το λογισμικό που ακολουθεί για να επαληθεύσεις την απάντησή σου.

.....

.....

.....

### Δραστηριότητα 5

- ✓ Άνοιξε την ιστοσελίδα <http://www.crickweb.co.uk/ks1numeracy.html#tangram>
- ✓ Πάτα στο κουμπί «**Other shape**» μέχρι να εμφανιστεί στα δεξιά της οθόνης σου το τετράγωνο, όπως και φαίνεται και στην πιο κάτω εικόνα.
- ✓ Προσπάθησε να χρησιμοποιήσεις και τα 7 σχήματα που βρίσκονται στο κάτω μέρος της οθόνης σου για να σχηματίσεις το τετράγωνο. Μπορείς να τα περιστρέφεις κάθε φορά, πατώντας στον κύκλο που έχει το καθ' ένα! Προσοχή: Πρέπει να είσαι **ακριβής** στο πού και με ποιο τρόπο χρησιμοποιείς τα 7 σχήματα.
- ✓ Αν κάνεις κάποιο λάθος, χρησιμοποίησε το κουμπί 
- ✓ Αν δυσκολεύεσαι ή αν θέλεις να επαληθεύσεις την απάντησή σου, πάτησε στο κουμπί «**Solution**».



### Προτού προχωρήσεις φώναξε τον δάσκαλο σου.

Τελικά, η φίλη του Goofy είχε δίκαιο ή άδικο; Δικαιολόγησε την απάντησή σου.



.....

.....

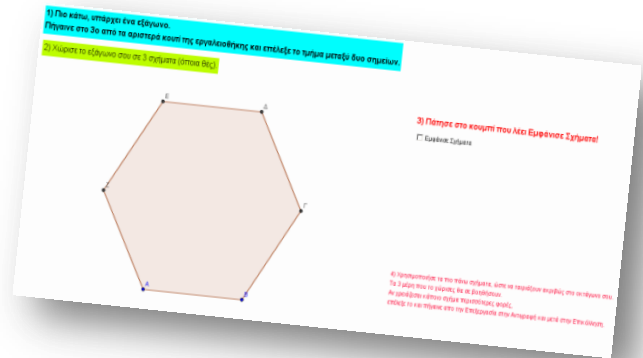
- ✓ Συζήτησε τα αποτελέσματά σου με τον/την διπλανό/ή σου!

## Δραστηριότητα 6

- ✓ Για περισσότερη εξάσκηση, άνοιξε το αρχείο πιο κάτω (Σελίδα Εργασίας.ggb) και ακολούθησε τις οδηγίες που σου εμφανίζει!



Σελίδα Εργασίας.ggb



- ✓ Υπάρχει κάποιο από τα 3 σχήματα που σου εμφανίστηκαν, το οποίο δεν κατάφερες να χρησιμοποιήσεις; Αν ναι, τότε ποιο σχήμα είναι αυτό και γιατί δεν τα κατάφερες; Δικαιολόγησε τον τρόπο σκέψης σου!

	<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	
--	---	--

## Δραστηριότητα 7

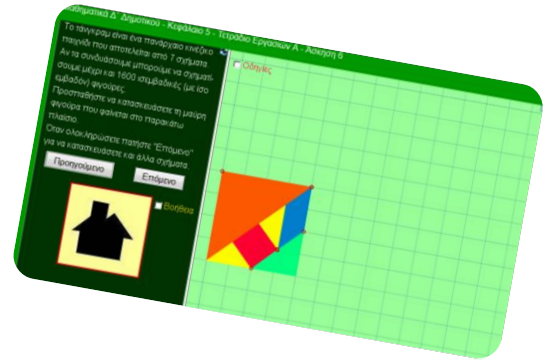


Ο Goofy χρειάζεται τη βοήθεια σου!!! Έχει μπερδέψει τα πιο πάνω 7 σχήματα με τα οποία εργάστηκες και έτσι δεν μπορεί να σχεδιάσει. Μέχρι αύριο, πρέπει να παραδώσει ένα καινούργιο σχέδιο, το οποίο να αποτελείται από γεωμετρικά σχήματα. Είχε την ευκαιρία να επιλέξει να σχεδιάσει μεταξύ ενός κύκνου, ενός ανθρώπου, ενός πουλιού και ενός σπιτιού. Ακόμη και έτσι όμως, δεν είναι σε θέση να παραδώσει εγκαίρως αυτό που του ζητήθηκε. **Μπορείς να τον βοηθήσεις;**



- ✓ Άνοιξε την ιστοσελίδα  
<http://photodentro.edu.gr/lor/r/8521/4437?locale=el>
- ✓ Επέλεξε το κουτάκι που λέει Οδηγίες
- ✓ Χρησιμοποιώντας τα κουμπιά **Επόμενο** και **Προηγούμενο**, επέλεξε ποιο σχέδιο θα ήθελες να σχεδιάσεις, βοηθώντας έτσι τον Goofy.
- ✓ Στο κάτω μέρος της οθόνης σου, βρίσκεται το τετράγωνο που κατάφερες προηγουμένως να σχεδιάσεις, χρησιμοποιώντας τα 7 σχήματα.
- ✓ Χρησιμοποίησε και πάλι τα 7 αυτά σχήματα, για να σχεδιάσεις το νέο σου σχήμα.
- ✓ Αν δυσκολεύεσαι, πάτησε στο κουμπί **Βοήθεια**.

Προσοχή: Πρέπει να είσαι **ακριβής** στο πόσο θα περιστρέφεις το κάθε σχήμα και στο που ακριβώς θα το τοποθετείς για να σχεδιάσεις το νέο σου σχήμα!



- ✓ Η φίλη του Goofy υποστηρίζει πως αν απουσίαζε το τετράγωνο από τις επιλογές, δεν θα μπορούσε να σχηματίσει το σχήμα που θέλει (σπιτάκι), αφού δεν θα είχε κάτι άλλο να βάλει στην θέση του τετραγώνου. Συμφωνείς ή διαφωνείς μαζί της; Εξήγησε της τον τρόπο σκέψης σου!

.....

.....

Μπράβο σου! Τώρα, θα πραγματοποιηθεί συζήτηση στην ολομέλεια για να συζητήσετε τα όσα είδατε σήμερα.

# ΜΑΘΗΜΑ 4- ΕΞΕΡΕΥΝΩΝΤΑΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

## EXPLORING FUNCTIONS

*Είη Οικονομίδου & Παναγιώτα Παμφορίτη*

### ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

Τάξη: Στ' δημοτικού

Ενότητα: Άλγεβρα

Διάρκεια μαθήματος: 80 λεπτά

#### ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΙΤΥΧΙΑΣ

A3.5: Αντιλαμβάνονται την έννοια της συνάρτησης ως «ένα-προς-ένα αντιστοιχία» μέσω πινάκων, διαγραμμάτων και γραφικών παραστάσεων.

A3.6: Περιγράφουν, αναπαριστούν, επεξηγούν και βρίσκουν το γενικό τύπο συναρτήσεων.

A3.7: Αναπαριστούν γραφικά γενικούς τύπους συναρτήσεων.

#### ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΠΡΑΚΤΙΚΕΣ

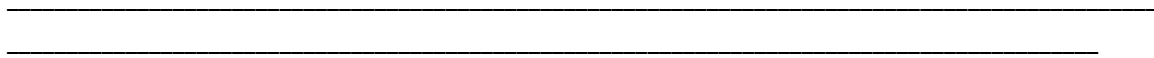
- Κατανόηση μέσω προβλήματος και επιμονή στη λύση προβλήματος (Δραστηριότητες 1-4)
- Ποσοτική και αφηρημένη σκέψη (Δραστηριότητες 1, 3)
- Ανάπτυξη ισχυρισμών και κρίση του συλλογισμού άλλων (Δραστηριότητες 1, 2)
- Μοντελοποίηση (Δραστηριότητες 1-3)
- Στρατηγική χρήση εργαλείων (Δραστηριότητες 2-4)
- Ακρίβεια (Δραστηριότητες 1-4)
- Δομή των Μαθηματικών (Δραστηριότητες 2, 4)

## Δραστηριότητα 1

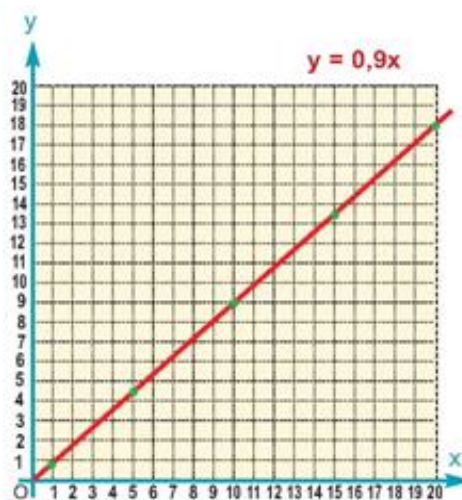
Το δικό σου πακέτο προσαρμοσμένο στα μέτρα σου  
με χρέωση μόνο €0,90 το λεπτό.



- ✓ Στο πακέτο σύνδεσής της Χριστίνας υπήρχαν διάφορα έντυπα με πληροφορίες και ανάμεσά τους το πιο πάνω. Η Χριστίνα έχει μπερδευτεί και πιστεύει ότι η εταιρεία την παραπληροφόρησε και σίγουρα την χρεώνουν περισσότερο απ' όσο ήταν η αρχική συμφωνία. Έχει δίκαιο η Χριστίνα;
- ✓ Τι σημαίνει όταν λέμε ότι η χρέωση είναι 0,9€ για κάθε λεπτό;



- ✓ Παρατήρησε την πιο κάτω γραφική παράσταση.



- ✓ Τι νομίζετε ότι παριστάνει αυτή η γραφική παράσταση;

---

---

- ✓ Τι παρατηρείτε για τη μορφή της;

---

---

- ✓ Γιατί νομίζετε ότι η Χριστίνα πιστεύει ότι η εταιρεία την παραπλάνησε;

---

---

## Δραστηριότητα 2

- ✓ Μπορείτε να σκεφτείτε έναν τρόπο να εργαστούμε για να διερευνήσουμε τη γραφική παράσταση και να δούμε αν έχει δίκαιο η Χριστίνα;

Με την χρήση του εφαρμογιδίου:

1. Παρατηρήστε το δρομέα που εμφανίζεται κάτω από το παράθυρο του γραφήματος. Κάντε κλικ και σύρετε το δρομέα με το ποντίκι σας για να μετακινήσετε το σημείο-ίχνος πάνω στο γράφημα. Μπορείτε επίσης να χρησιμοποιήσετε το αριστερό και δεξί πλήκτρο του πληκτρολογίου για να "σπρώξετε" το δρομέα με μικρά βήματα. Τι παρατηρείτε; Καταγράψετε τις παρατηρήσεις σας.

---

---

---

---

2. Να σύρετε το δρομέα έτσι ώστε η τιμή του  $x$  να γίνει 3. Ποια τιμή παίρνει το  $y$ ;

---

---

3. Συμπληρώστε τις τιμές του  $y$  στον πιο κάτω πίνακα μετακινώντας το δρομέα κάτω από το γράφημα.

$x$	1	5	10	15
$y$				

4. Τι παρατηρείτε από τον πιο πάνω πίνακα;

---

---

5. Τι παριστάνουν οι άξονες  $x$  και  $y$ ;

---

---

6. Το  $x$ , δηλαδή «ο χρόνος ομιλίας (σε λεπτά)» θα μπορούσε να παίρνει και αρνητικές τιμές;

---

---

7. Αν ονομάσουμε  $x$  το χρόνο ομιλίας (σε λεπτά) και  $y$  το ποσό πληρωμής (σε €) που αντιστοιχεί, τότε η γραφική παράσταση παρουσιάζει ...

---

---

8. Μπορείτε να σκεφτείτε ένα γενικό τύπο που να εκφράζει τη σχέση ανάμεσα στο χρόνο ομιλίας και το ποσό πληρωμής;

---

---

9. Τελικά, τι θα λέγατε στη Χριστίνα; Την κλέβει η εταιρεία; Καταγράψτε το συλλογισμό σας.

---

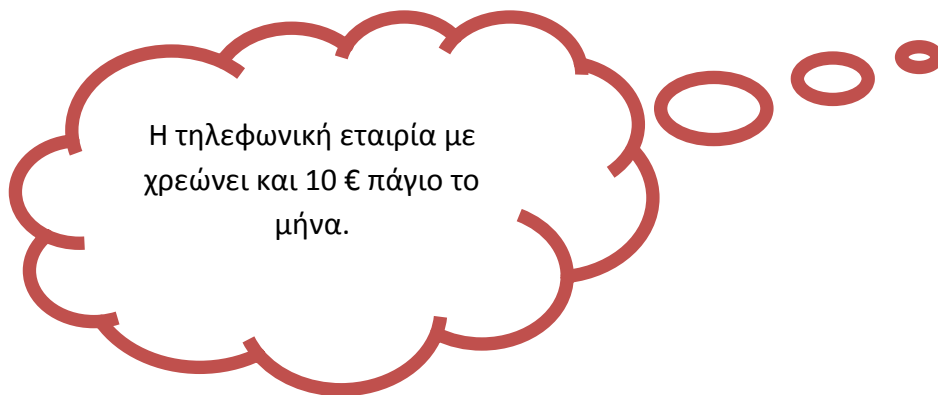
---

---

---



### Δραστηριότητα 3



- ✓ Να συμπληρώσετε τον πιο κάτω πίνακα με το νέο ποσό πληρωμής  $y$ , με την προσθήκη των 10 ευρώ.

Χρόνος ομιλίας για ένα μήνα( σε λεπτά)	1	5	10	15	20
Ποσό πληρωμής					
Πάγιο					
Συνολικό ποσό πληρωμής για ένα μήνα (σε ευρώ $y$ )					

- ✓ Τι παρατηρείτε όσον αφορά τις τιμές που εισάγατε στον πιο πάνω πίνακα;

---

---

- ✓ Ποια είναι η νέα γενική σχέση που εκφράζει το νέο ποσό πληρωμής;

---

---

- ✓ Τι εκφράζει η πιο πάνω σχέση;

---

---

- ✓ Να χρησιμοποιήσετε το εφαρμογίδιο Grapher για να εισάγετε τη συνάρτηση που καταγράψατε στο ερώτημα 2 στο παράθυρο Function. Τα κουμπιά πάνω

από το παράθυρο Function μπορούν να χρησιμοποιηθεί για να εισάγετε ένα κλάσμα, εκθέτη ή παρενθέσεις κλπ. Μπορείτε επίσης να χρησιμοποιήσετε την κανονική αριθμομηχανή του πληκτρολογίου για να εισάγετε αριθμούς και σύμβολα. Πατήστε το κουμπί Graph για να εμφανίσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης, δηλαδή της σχέσης, που δώσατε.

#### Δραστηριότητα 4

- ✓ Να συγκρίνετε το γράφημα της πρώτης συνάρτησης με το γράφημα της νέας συνάρτησης που εισάγατε μετακινώντας το δρομέα που εμφανίζεται στο κάτω μέρος του γραφήματος. Τι παρατηρείτε για τις τιμές του  $x$  και του  $y$  των δύο συναρτήσεων;

---

---

---

---

- ✓ Τι σχέση έχουν οι δύο αυτές γραφικές παραστάσεις;

---

---

# ΜΑΘΗΜΑ 5 - ΕΞΕΡΕΥΝΩΝΤΑΣ ΤΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ

## EXPLORING FRACTIONS

*Χριστίνα Αργυρού & Σοφία Δημητρίου*

### ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

Τάξη: Ε' δημοτικού

Ενότητα: Αριθμοί

Διάρκεια μαθήματος: 40 λεπτά

#### ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΙΤΥΧΙΑΣ

Αρ.3.7: Χρησιμοποιούν ποικίλα μέσα αναπαράστασης και στρατηγικές, για να απλοποιούν κλάσματα και να βρίσκουν ισοδύναμες μορφές τους.

Αρ.4.7: Απλοποιούν και υπολογίζουν ισοδύναμα κλάσματα, χρησιμοποιώντας το ΜΚΔ και ΕΚΠ.

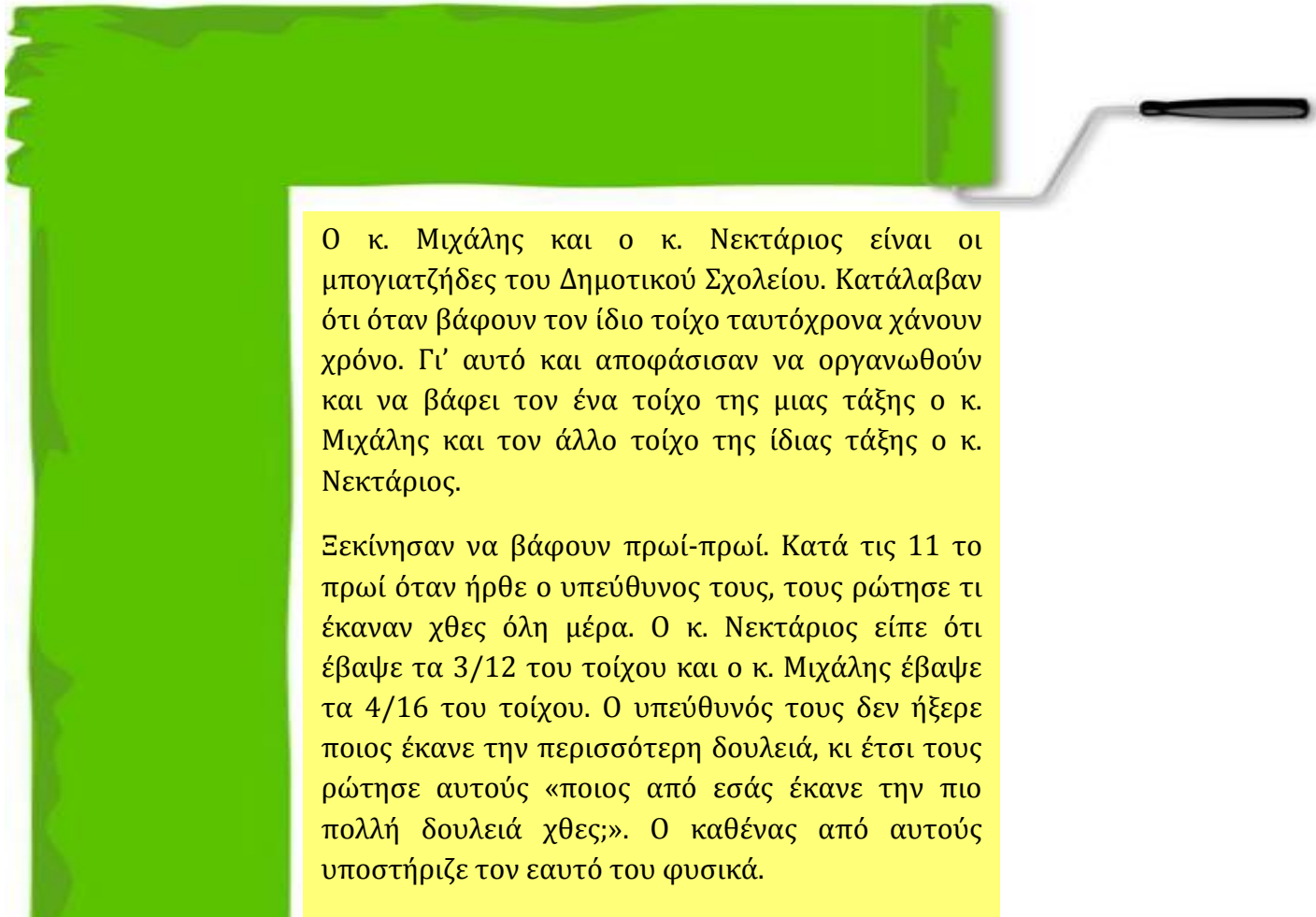
#### ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΠΡΑΚΤΙΚΕΣ

- Κατανόηση μέσω προβλήματος και επιμονή στη λύση προβλήματος
- Ποσοτική και αφηρημένη σκέψη Ανάπτυξη ισχυρισμών και κρίση του συλλογισμού άλλων
- Μοντελοποίηση
- Στρατηγική χρήση εργαλείων
- Ακρίβεια
- Δομή των Μαθηματικών
- Κανονικότητα σε επαναλαμβανόμενο συλλογισμό

Η πρακτική της κατανόησης μέσω προβλήματος και επιμονή στη λύση προβλήματος φαίνεται στις δραστηριότητες όπου οι μαθητές καλούνται να κατανοήσουν το πρόβλημα έτσι ώστε να βρουν τη λύση του, χρησιμοποιώντας ισοδύναμα κλάσματα. Η πρακτική της ποσοτικής και αφηρημένης σκέψης φαίνεται στη δραστηριότητα 1 όπου μέσα από το πρόβλημα σκέφτονται αφηρημένα ποιο από τα δύο κλάσματα είναι το μεγαλύτερο. Ακολούθως η σκέψη τους μετατρέπεται

σε ποσοτική αφού οι μαθητές αναπαριστούν τα κλάσματα στο λογισμικό βλέποντας αν όντως επιβεβαιώνονται οι σκέψεις τους που έκαναν προηγουμένως ή όχι. Η πρακτική της ανάπτυξης ισχυρισμών και κρίσης του συλλογισμού άλλων φαίνεται στις δραστηριότητες όπου οι μαθητές συζητούν με το διπλανό τους και προσπαθούν να βρουν και να τεκμηριώσουν τις απαντήσεις τους. Η πρακτική της μοντελοποίησης φαίνεται στις δραστηριότητες όπου τα προβλήματα που τους δίνονται υπάγονται σε ένα πλαίσιο που ταυτίζεται με την πραγματικότητα. Η πρακτική της στρατηγικής χρήσης εργαλείων φαίνεται στη δραστηριότητα 1 όπου οι μαθητές καλούνται να αναπαραστήσουν τα κλάσματα που τους δίνονται στο πιο πάνω στο πρόβλημα. Η πρακτική της ακρίβειας φαίνεται στις δραστηριότητες όπου οι μαθητές χρησιμοποιούν την ορολογία της ισοδυναμίας των κλασμάτων. Η πρακτική της δομής των Μαθηματικών φαίνεται στις δύο δραστηριότητες όπου οι μαθητές καλούνται να βρουν τη σχέση που υπάρχει ανάμεσα στα δύο κλάσματα, ή τη δημιουργούν αυτή τη σχέση (σχέση ισοδυναμίας).

## Δραστηριότητα 1



- ✓ Μπορείτε να σκεφτείτε και να υπολογίσετε ποιος από τους δύο, έλεγε όντως την αλήθεια;



**κ. Νεκτάριος**

**$3/12$  του τοίχου**



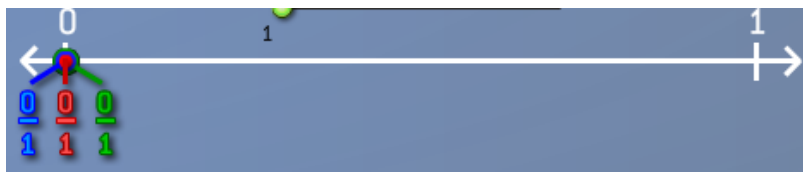
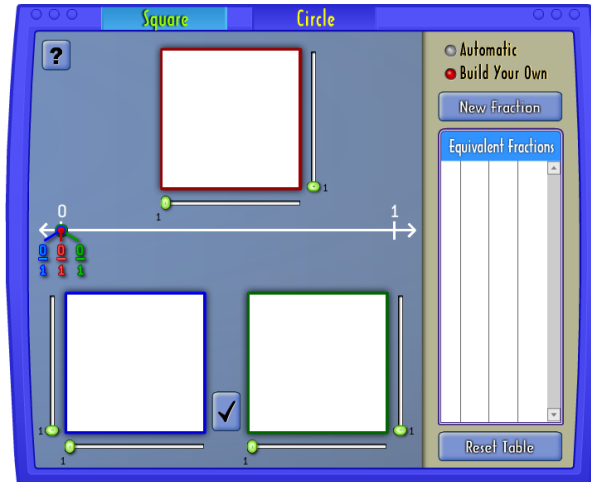
**κ. Μιχάλης**

**$4/16$  του τοίχου**

- ✓ Συζητήστε με το διπλανό σας και σημειώστε πιο κάτω ποιος από τους δύο τελικά έβαψε το περισσότερο κομμάτι.

## Δραστηριότητα 2

Ανοίξτε τώρα το [λογισμικό](#) και προσπαθήστε να αναπαραστήσετε τι έβαψαν οι δύο μπογιατζήδες. Επιλέξτε το «build your own» και αναπαραστήστε τα δύο αυτά κλάσματα.



Παρατηρήστε σε αυτή την αριθμητική γραμμή που βρίσκονται και τα δύο κλάσματα για να καταλάβετε ποιο κλάσμα είναι το μεγαλύτερο.

- ✓ Τελικά ποιος μπογιατζής είχε δίκαιο και γιατί;

---

---

- ✓ Στην περίπτωση που έβαφε ο κ. Μιχάλης  $8/40$  και ο κ. Νεκτάριος  $5/25$ , ποιος θα είχε κάνει την περισσότερη δουλειά; (Υπολογίστε χωρίς το λογισμικό)

---

---

- ✓ Ποιο είναι το συμπέρασμα σας; Τι είναι αυτά τα κλάσματα μεταξύ τους;

---

---

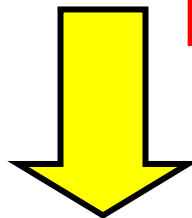
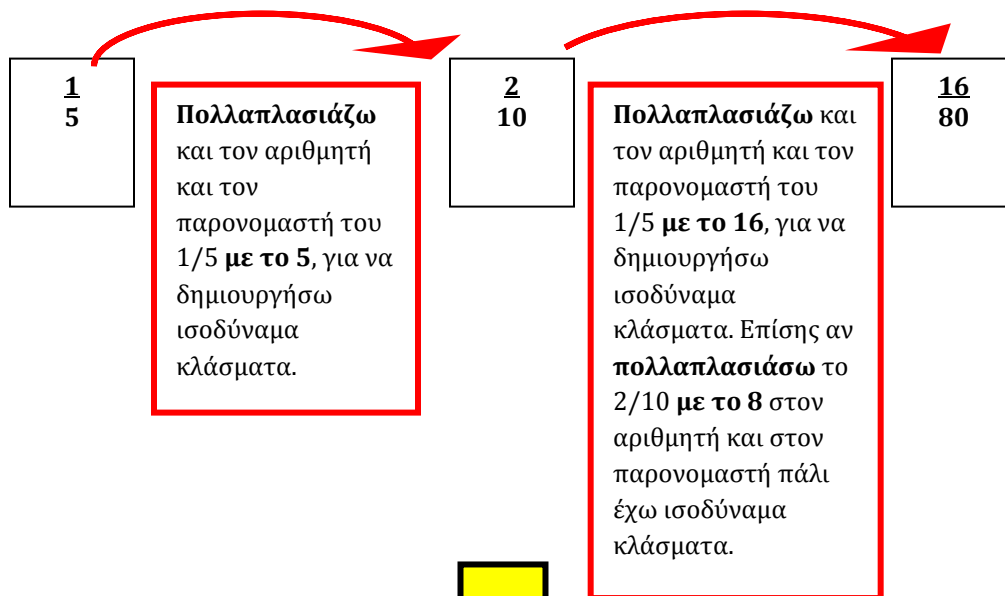
Πότε δύο κλάσματα είναι ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ; Συζητήστε με το διπλανό σας και προσπαθήστε να δώσετε μια εξήγηση.

---

---



Ο τρόπος είναι να πολλαπλασιάζω ή να διαιρώ τον αριθμητή και τον παρονομαστή με τον ίδιο αριθμό για να δημιουργήσουμε ισοδύναμα κλάσματα.



$$\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = \frac{16}{80}$$

### Δραστηριότητα 3

Ο κ. Θεόδωρος έκανε δώρο στη γυναίκα του, κ. Ειρήνη για τα γενέθλιά της, μια ανθοδέσμη με τριαντάφυλλα. Η ανθοδέσμη περιλάμβανε 48 τριαντάφυλλα, τα οποία αντιπροσώπευαν τον αριθμό της ηλικίας της. Από αυτά μαράθηκαν τα 16.

Μαράθηκε δηλαδή το  $\frac{\square}{\square}$  των τριαντάφυλλων.

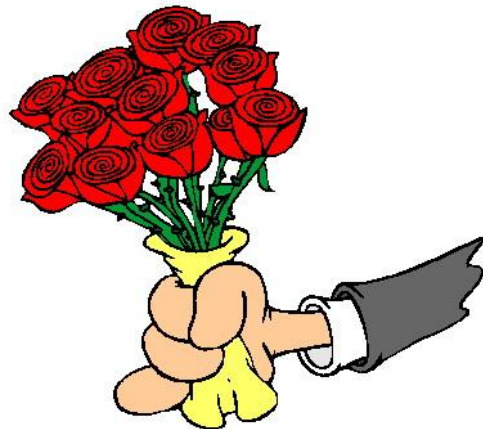
Βρες και άλλα ισοδύναμα κλάσματα με το κλάσμα των τριανταφύλλων που μαράθηκαν.

— — — — —

Δε μαράθηκε το  $\frac{\square}{\square}$  των τριαντάφυλλων.

Βρες και άλλα ισοδύναμα κλάσματα με το κλάσμα των τριαντάφυλλων που δε μαράθηκαν.

— — — — —





## Δραστηριότητα 4



Είναι ώρα για εξάσκηση και θα το κάνουμε μέσα από ένα παιχνίδι! Θα βλέπετε στο διαδραστικό πίνακα ένα κλάσμα και εσείς θα πρέπει να γράψετε το ισοδύναμο του μέσα στα κουτιά αντίστοιχα. Το παιχνίδι είναι ατομικό.

Στο τέλος θα γίνει έλεγχος των κλασμάτων που γράψατε στα κουτιά από το διπλανό σας. Μπορείτε να γράψετε περισσότερα από ένα ισοδύναμο κλάσμα.

1.

6.

2.

7.

3.

8.

4.

9.

5.

10.

Ακολουθώντας μπορείτε να διορθώσετε τις απροσεξίες που κάνατε και να γράψετε ισοδύναμα κλάσματα διαφορετικά από αυτά που είναι στον πίνακα.

## Δραστηριότητα 5

Κ. Ιωάννα



1. Ο Αριστοτέλης και ο Ηρόδοτος μεγάλωσαν. Και τώρα χρειάζονται τα δικά τους γραφεία για να διαβάσουν. Ευτυχώς που το σκέφτηκα έγκαιρα και τηλεφώνησα στον κ. Χριστάκη που θα τα φτιάξει. Οι διαστάσεις για το γραφείο του Ηρόδοτου είναι 16/20 του τοίχου και του Αριστοτέλη 8/40.

3. Κάνεις λάθος Ηρόδοτε. Άκουσα τις διαστάσεις και το δικό σου γραφείο είναι πολύ μεγαλύτερο από το δικό μου.

2. Είμαι σίγουρος πως το δικό σου γραφείο θα είναι μεγαλύτερο Αριστοτέλη. Σου έχουν περισσότερη αδυναμία.



4. Αχ παιδιά μου! Τα φρόντισα όλα και απ' ότι κατάλαβα τα γραφεία σας έχουν το ίδιο μήκος. Γι' αυτό είναι η μανούλα!



Τελικά ποιος απ' όλους έχει δίκαιο; Εσείς καταλάβατε; Συζητήστε με το διπλανό σας και καταγράψετε τις σκέψεις σας.

Προσπαθήστε να λύσετε το πρόβλημα δείχνοντας τον τρόπο.

Απόδειξη:

Απάντηση:

Πώς θα έπρεπε να πει τα κλάσματα ο κ. Χριστάκης για να είναι ίδιο το μήκος και στα δύο γραφεία;

Απάντηση:

# ΜΑΘΗΜΑ 6 - ΑΛΓΕΒΡΙΚΟΣ ΣΥΛΛΟΓΙΣΜΟΣ

## ALGEBRAIC REASONING

*Μαρία Περικλή & Κογκοιδάου Χριστίνα*

Τάξη: Στ' δημοτικού

Ενότητα: Άλγεβρα

Διάρκεια μαθήματος: 40 λεπτά

### ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΙΤΥΧΙΑΣ

A3.8 Απλοποιούν μαθηματικές εκφράσεις και υπολογίζουν την τιμή μαθηματικών προτάσεων για συγκεκριμένες τιμές μεταβλητών.

A3.9 Επιλύουν και χειρίζονται εξισώσεις.

A3.10 Γράφουν μαθηματικές εκφράσεις ή εξισώσεις με μεταβλητές, για να αναπαραστήσουν πληροφορίες και να επιλύσουν προβλήματα.

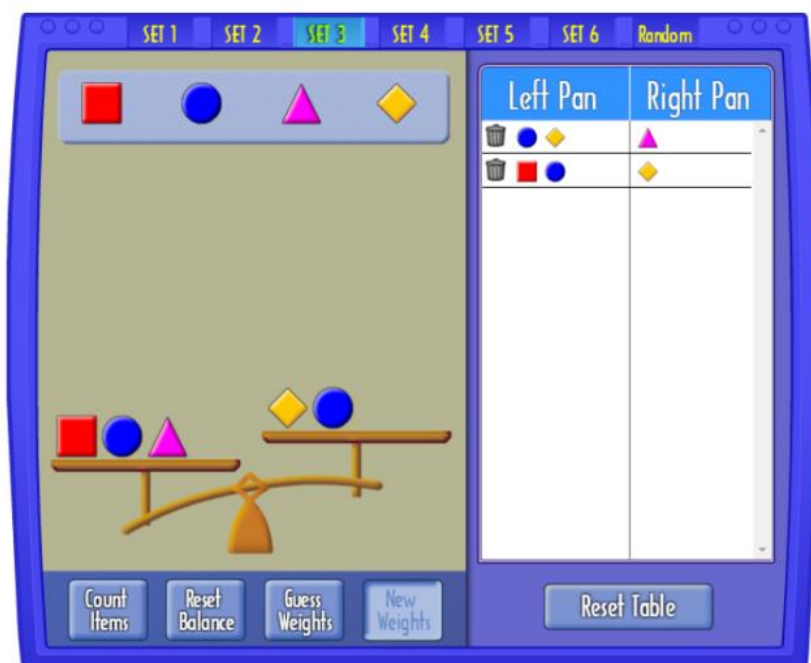
### ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΠΡΑΚΤΙΚΕΣ

- Κατανόηση μέσω προβλήματος και επιμονή στη λύση προβλήματος (Δραστηριότητες 1-4)
- Ποσοτική και αφηρημένη σκέψη Ανάπτυξη ισχυρισμών και κρίση του συλλογισμού άλλων (Δραστηριότητες 1-4)
- Μοντελοποίηση (Δραστηριότητες 2-4)
- Στρατηγική χρήση εργαλείων (Δραστηριότητες 1-4)
- Ακρίβεια (Δραστηριότητες 2-4)
- Δομή των Μαθηματικών (Δραστηριότητες 2, 4)
- Κανονικότητα σε επαναλαμβανόμενο συλλογισμό (Δραστηριότητες 2-4)

## Δραστηριότητα 1

Να παίξετε με το διπλανό σας στο λογισμικό [PanBalance - Shape](#).

Μπορείτε να βρείτε τον αριθμό που αντιπροσωπεύει κάθε σχήμα; Να εξηγήσετε τη σκέψη σας.



## Δραστηριότητα 2

Η δασκάλα επιλέγει έναν μαθητή και του ζητά να σκεφτεί έναν αριθμό και στη συνέχεια να εκτελέσει τις οδηγίες που δίνει το εφαρμογίδιο [Yournumberwas...](#) Η δασκάλα με τη βοήθεια του εφαρμογιδίου ανακοινώνει τον αριθμό που είχε σκεφτεί αρχικά ο μαθητής. Στη συνέχεια, εξηγεί στους μαθητές ότι δεν έχει μαντικές ικανότητες, αλλά τη βοήθεια ενός εφαρμογιδίου.

Να κάνετε δοκιμές στο εφαρμογίδιο [Yournumberwas...](#) σε συνεργασία με το διπλανό σας για να ανακαλύψετε τον τρόπο που λειτουργεί η μαγική μηχανή. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Με ποιο τρόπο μπορούμε να απεικονίσουμε οποιονδήποτε αριθμό πιθανόν να επιλέξει ο παίκτης του παιχνιδιού;

Σε τι διαφέρει η περιγραφή μιας έκφρασης με λόγια από την περιγραφή της με τη χρήση της άλγεβρας;

**Πρόβλημα:** Ο Νίκος έχει 5€ περισσότερα από την Ελένη. Αν το ποσό που έχει ο Νίκος είναι  $x$  τότε πώς μπορώ να εκφράσω το ποσό της Ελένης;

**Απάντηση:**  $x + 5$

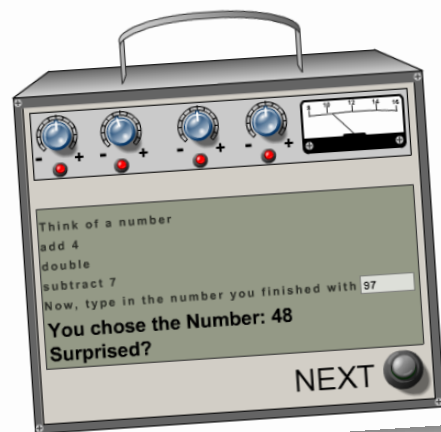
**Πρόβλημα:** Έχω τη διπλάσια ηλικία από την αδελφή μου. Πώς μπορώ να εκφράσω την ηλικία μου;

### Your Number Was...

Stage: 3 ★

This problem follows on from [Your Number Is...](#)

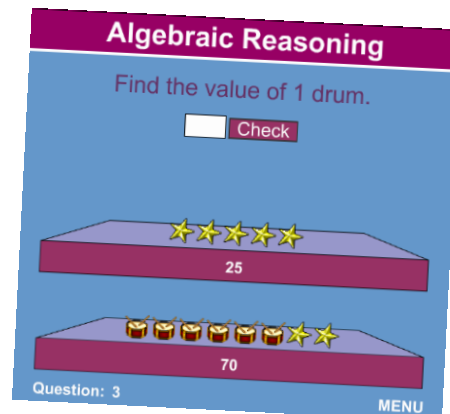
Press START to investigate what this machine does:



- Ποιο θα είναι το αποτέλεσμα στην έκφραση  $x + 3$ , αν το  $x$  είναι ίσο με το 5;
- Ποιο θα είναι το αποτέλεσμα στην έκφραση  $a - 18$  αν το  $a$  είναι ίσο με 34;

### Δραστηριότητα 3

- Να συνεργαστείς με το διπλανό σου για να βρείτε τις αξίες/τιμές που αντιπροσωπεύουν τα αντικείμενα στο λογισμικό [Algebraic Reasoning](#) στο πρώτο επίπεδο. Να εξηγήσετε τον τρόπο που σκέφτεστε.
- Μπορείτε να σκεφτείτε ένα πρόβλημα με βάση την τρίτη (ή οποιαδήποτε άλλη) ερώτηση;



*Πολλές φορές είναι πιο βολικό να βρίσκουμε την τιμή του ενός και μετά την τιμή των πολλών. Αν λύσουμε ένα πρόβλημα με αυτόν τον τρόπο, τότε λέμε ότι κάναμε αναγωγή στη μονάδα.*

### Δραστηριότητα 4

Να επιλέξετε το επίπεδο **beginner** στο λογισμικό [AlgebraPuzzle](#). Να παίξετε με τον διπλανό σας για να βρείτε τις αξίες που αντιπροσωπεύουν τα αντικείμενα. Ο αριθμός δηλώνει το άθροισμα των αξιών.

#### Algebra Puzzle

			32
			24
			25
38	12	31	

New Puzzle Check It



Σε ποιες μαθηματικές προτάσεις αντιστοιχούν οι γραμμές και οι στήλες του πλέγματος;

Θα μπορούσαμε να γράψουμε:

$$\text{Gift} + \text{Lightbulb} + \text{Gift} = 32$$

Στα Μαθηματικά, όμως, δεν μπορούμε να έχουμε ζωγραφιές μέσα σε μια εξίσωση. Για να συμφωνούμε με τις συμβάσεις, καλό θα ήταν να αντικαταστήσουμε τις ζωγραφιές με κάποιο σύμβολο, π.χ. ένα γράμμα της αλφαβήτου. Πώς θα γινόταν τότε η εξίσωση (π.χ.  $\delta + \xi + \delta = 32$  ή  $2\delta + \xi = 32$ )

# ΜΑΘΗΜΑ 7 - ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΑΛΓΕΒΡΙΚΩΝ ΕΚΦΡΑΣΕΩΝ

## PROBLEM SOLVING WITH ALGEBRAIC EXPRESSIONS

*Μαρία Περικλή & Κορκοπούλου Χριστίνα*

Τάξη: Στ' δημοτικού

Ενότητα: Άλγεβρα

Διάρκεια μαθήματος: 40 λεπτά

### ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΙΤΥΧΙΑΣ

A3.8 Απλοποιούν μαθηματικές εκφράσεις και υπολογίζουν την τιμή μαθηματικών προτάσεων για συγκεκριμένες τιμές μεταβλητών.

A3.9 Επιλύουν και χειρίζονται εξισώσεις.

A3.10 Γράφουν μαθηματικές εκφράσεις ή εξισώσεις με μεταβλητές, για να αναπαραστήσουν πληροφορίες και να επιλύσουν προβλήματα.

### ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΠΡΑΚΤΙΚΕΣ

- Κατανόηση μέσω προβλήματος και επιμονή στη λύση προβλήματος (Δραστηριότητες 1-2)
- Ποσοτική και αφηρημένη σκέψη (Δραστηριότητες 1-2)
- Μοντελοποίηση (Δραστηριότητα 2)
- Στρατηγική χρήση εργαλείων (Δραστηριότητα 2)
- Ακρίβεια (Δραστηριότητα 1)
- Δομή των Μαθηματικών (Δραστηριότητα 1)
- Κανονικότητα σε επαναλαμβανόμενο συλλογισμό (Δραστηριότητα 2)



## Δραστηριότητα 1

Να λύσετε τους παρακάτω γρίφους.

**Προσοχή!** Για να είναι δεκτές οι απαντήσεις σας πρέπει να τις αιτιολογήσετε και όχι να τις δώσετε στην τύχη. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε εικόνες, λόγια και διαγράμματα για την εξήγησή σας.

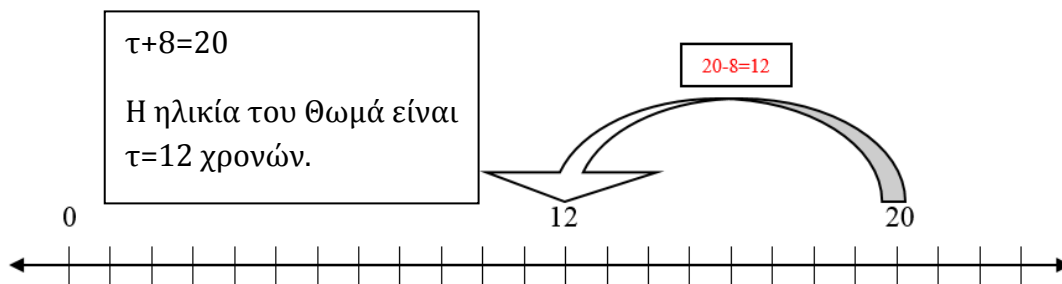
### Γρίφος 1:

Ο Θωμάς είναι  $\tau$  χρονών. Σε 8 χρόνια θα είναι 20 χρονών. Ποια είναι η ηλικία του;

### Γρίφος 2:

Σκέφτομαι ένα αριθμό  $\kappa$  και αφαιρώ 5. Αν διπλασιάσω το αποτέλεσμα αυτό τότε βρίσκω απάντηση 12. Ποιος είναι ο αριθμός  $\kappa$ ;

Πιθανή επίλυση του γρίφου 1:



(Οι μαθητές ονομάζουν τις άγνωστες ποσότητες)

### Γρίφος 3:

Το  $\frac{1}{12}$  κάποιου αριθμού είναι το 17. Ποιος είναι ο αριθμός;

### Γρίφος 4:

Το μήκος ενός ορθογωνίου είναι διπλάσιο από το πλάτος. Η περίμετρος του ορθογωνίου είναι 60cm. Πόσο είναι το μήκος και πόσο το πλάτος;

### Γρίφος 5:

Η Αλεξάνδρα, ο Βασίλης, ο Γιώργος και η Δώρα έχουν συνολικά 38 σοκολατένια αυγά.

- Η Δώρα έχει ένα λιγότερο από την Αλεξάνδρα.
- Η Αλεξάνδρα έχει 5 λιγότερα από τον Βασίλη.
- Ο Γιώργος έχει τα μισά από αυτά που έχει ο Βασίλης.
- Η Αλεξάνδρα έχει 2 περισσότερα από το Γιώργο.

Πόσα αυγά έχει ο καθένας;

## Δραστηριότητα 2

Να χρησιμοποιήσετε το λογισμικό [AlgebraTiles](#) για να δείξετε και να λύσετε κάποιες εξισώσεις. Μπορείτε να σκεφτείτε ένα πρόβλημα για την κάθε εξίσωση;

